Problemas de modelos de colas.

C1. La ventanilla de un banco realiza las transacciones en un tiempo medio de 2 minutos. Los clientes llegan con una tasa media de 20 clientes a la hora. Si se supone que las llegadas siguen un proceso de Poisson y el tiempo de servicio es exponencial, determinar:
(a) Porcentaje de tiempo ocioso del cajero.
(b) Tiempo medio de estancia de los clientes en la cola.
(c) Fracción de clientes que deben esperar en cola.

C2. Una tienda de alimentación es atendida por una persona. Aparentemente, el patrón de llegadas de clientes durante los sábados se comporta siguiendo un proceso de Poisson con una tasa de llegada de 10 personas por hora. A los clientes se les atiende siguiendo un orden tipo FIFO y debido al prestigio de la tienda, una vez que llegan están dispuestos a esperar el servicio. Se estima que el tiempo que se tarda en atender a un cliente se distribuye exponencialmente, con un tiempo medio de 4 minutos. Determinar:
(a) La probabilidad de que haya línea de espera.
(b) La longitud media de la línea de espera.
(c) El tiempo medio que un cliente permanece en cola.

C3. Los clientes llegan a una peluquería con una tasa media de 5 por hora y con los tiempos entre llegadas consecutivas distribuidos exponencialmente. Hay un peluquero disponible en todo momento y 4 sillas para los clientes que llegan cuando el peluquero este ocupado. El reglamento del local de prevención de incendios limita el número total de clientes dentro de la tienda, en todo momento, a un máximo de 5. A los clientes que llegan cuando la peluquería está llena se les niega la entrada. El tiempo de servicio se distribuye exponencialmente con media que cambia según el número de clientes. Determinar:
(a) Número medio de clientes en la cola.
(b) Tiempo estimado que un cliente espera su servicio
(c) Porcentaje de tiempo que el peluquero permanece ocioso.

Número de clientes en la tienda	1	2	3	4	5
Tiempo medio de atención por cliente	9	10	10	13	20

Pista: Tenemos los λ_n.

C4. En una fábrica existe una oficina de la Seguridad Social a la que los obreros tienen acceso durante las horas de trabajo. El jefe de personal, que ha observado la ausencia de obreros a la ventanilla, ha solicitado que se haga un estudio relativo al funcionamiento de este servicio. Se designa a un especialista para que determine el tiempo medio de espera de los obreros en la cola y la duración media de la conversación que cada uno mantiene con el empleado de la ventanilla. Este analista
llega a la conclusión de que durante la primera y la última media hora de la jornada la ausencia es muy reducida y fluctuante, pero que durante el resto de la jornada el fenómeno se puede considerar estacionario. Del análisis de 100 periodos de 5 minutos, sucesivos o no, pero situados en la fase estacionaria, se dedujo que el número medio de obreros que acudían a la ventanilla era de 1’25 por periodo y que el tiempo entre llegadas seguía una distribución exponencial. Un estudio similar sobre la duración de

las conversaciones, llevó a la conclusión de que se distribuían exponencialmente con duración media de 3’33 minutos. Determinar:
(a) Número medio de obreros en cola.
(b) Tiempo medio de espera en cola.

C5. Supongamos que en la flota de Iberia hay 4 aviones del tipo Jumbo 747. Se ha venido observando el comportamiento de estos aviones desde 1971 y, en especial, los fallos en las turbinas. Los datos indican que los fallos en cualquier turbina de cualquier avión es una variable aleatoria y que el tiempo promedio entre dos fallos consecutivos de cualquier avión es de un año. El tiempo medio de revisión y arreglo del fallo de la turbina es de 45 días (una octava parte del año). Solamente se tiene un equipo humano de expertos para dar servicio y se proporciona servicio bajo la política
de ”primero que entra en taller, primero que se repara”. Durante el periodo de mantenimiento el avión no vuela. Describir cuantitativamente el sistema de espera.

C6. Una entidad bancaria considera la posibilidad de instalar una red de cajeros en una de sus oficinas. Dado que se desconoce la afluencia de público que demandar dicho servicio, coloca un único cajero durante un mes. Diariamente se recogen datos sobre los tiempos de llegadas de los clientes, así como de los tiempos de servicio. Suponiendo que la sucursal se encuentra emplazada en un barrio donde no existe otro servicio semejante, el cliente que llega prefiere esperar a poder utilizar el cajero, cuando este ocupado.
Tras el oportuno análisis de los datos recogidos, se estima que:
• el cuadro de llegadas es un proceso de Poisson;
• la distribución del tiempo de servicio es exponencial:
• el tiempo medio transcurrido entre dos llegadas consecutivas es de 7’5 minutos;
• el tiempo medio de servicio es de 5 minutos por cliente.
Se pide calcular:
(a) Tiempo medio de espera que debe sufrir cada cliente en cola.
(b) Probabilidad de que al acudir al cajero ya haya alguna persona en la cola.
(c) Número medio de clientes en la cola.

C7. En un taller caben cuatro máquinas que son reparadas por dos mecánicos. Las máquinas llegan al taller una vez cada tres horas por término medio y el tiempo medio de reparación es de 45 minutos. Suponiendo que se trata con distribuciones exponenciales de los tiempos, ¿cuál es el número medio de máquinas estropeadas en el taller en estado estacionario?

C8. Una sucursal bancaria tiene dos cajeros igualmente eficientes y capaces de atender un promedio de 60 operaciones por hora, con los tiempos reales de servicio distribuidos exponencialmente.
Los clientes llegan al banco siguiendo un proceso de Poisson con una tasa media de 100 por hora.
Determínese:
(a) La probabilidad de que haya más de tres clientes simultáneamente en el banco.
(b) La probabilidad de que al menos uno de los cajeros esté ocioso.

C9. Un autoservicio de lavado de coches tiene cuatro secciones. En cada una, los clientes pueden lavar y encerar sus autos. Por otro lado, se tiene espacio para un máximo de tres automóviles adicionales cuando las secciones de lavado están ocupadas.

Los clientes llegan al servicio siguiendo un proceso de Poisson con una tasa media de 15 por hora. Si no hay espacio para que esperen en terrenos del servicio de lavado, los clientes que llegan deberán irse. Aparentemente el tiempo
necesario para dar servicio a un automóvil se distribuye exponencialmente, con una media de 12 minutos. Determínese:
(a) El número medio de automóviles en el servicio en cualquier momento.
(b) Número medio de automóviles por hora que no pueden entrar al servicio por estar éste completo.

C10. En un cruce fronterizo entre los paises A y B, la línea de tráfico de B a A se bifurca en cinco puestos de inspección migratoria y aduanera. Supóngase que las llegadas de coches tienen una distribución de Poisson con 15 llegadas por hora, mientras que el número de servicios tiene una distribución exponencial con 8 servicios por hora.
Por decreto gubernamental, no existe prioridad de trato (¿es creible?), así que los puestos migra-torios y aduaneros proporcionan servicio a medida que se desocupan, atendiendo a los coches por riguroso orden de llegada a la cola. Comprobar si $\lambda < c\mu$, y en caso afirmativo, interpretar dicha desigualdad. Se pide además:
(a) Calcular p0, Lq, L, Wq, W, especificando su significado.
(b) Estudiar si sería razonable suprimir tres puestos fronterizos de cara al turismo.

C11. Los trabajadores de una fábrica tienen que llevar su trabajo al departamento de control de calidad antes de que el producto llegue al final del proceso de producción. Hay un gran número de empleados y las llegadas son aproximadamente de 20 por hora, siguiendo un proceso de Poisson. El tiempo para inspeccionar una pieza sigue una distribución exponencial de media 4 minutos. Calcular el número medio de trabajadores en el control de calidad si hay:
(a) 2 inspectores
(b) 3 inspectores

C12. Considérese una cola con un único servidor y llegadas de Poisson con 10 llegadas por hora por término medio. Normalmente, el servidor trabaja de acuerdo a una distribución exponencial con una media de tiempo de servicio de 5 minutos. La dirección tiene un curso de preparación que dar como resultado una mejora (decrecimiento) en la varianza del tiempo de servicio a costa de un ligero incremento en la media. Después de finalizar un estudio, se estima que el tiempo medio de servicio se Incrementará en 0’5 minutos y la desviación típica decrecerá de 5 minutos a 4 minutos.
(a) A la dirección le gustaría saber si debe seguir con el empleado o con uno que tenga el cursillo. Razonar los resultados.
(b) Calcular la reducción de la varianza necesaria para contrarrestar un incremento de 0’5 en la media.

C13. El fabricante de un conductor eléctrico muy especializado tiene un gran volumen de producción. El conductor sufre una única manipulación mecánica mediante una máquina especializada. Dado el volumen de ventas, la Compañía pone un gran número de máquinas iguales funcionando todo el tiempo (supongamos que la población de máquinas es infinita). Las máquinas se averían de acuerdo con un proceso de Poisson con una media de 5 por hora. La Compañía tiene un único

técnico de reparación y las características de la máquina son tales que las averías son debidas a dos únicas posibles causas. Dependiendo de cual de las dos averías se produzca, se tarda en reparar 9 o 12 minutos.
Como el empleado es un experto y las máquinas son idénticas, las posibles variaciones en los tiempos de reparación son minúsculas y pueden ignorarse. El tipo de causa que produce la avería se reparte aleatoriamente, pero se observa que un tercio de las averías necesitan 12 minutos para repararse. Calcular el número esperado de máquinas averiadas.

C14. Un avión tarda, casi exactamente, 4 minutos en aterrizar a partir del momento en que la torre de control la da la señal de aterrizaje. Si las llegadas de los aviones se producen por término medio, a razón de 8 por hora y siguiendo un proceso de Poisson, ¿cuánto puede esperar el piloto que va a tener que volar alrededor del aeropuerto antes de recibir la señal de tierra?

C15. En la unidad de urgencias de un hospital los casos de emergencia llegan según una distribución de Poisson con una media de un caso cada 5 horas. Antes de que se produzca cualquier operación quirúrgica u otra intervención cada paciente debe someterse a un examen médico y a la diagnosis de su dolencia, este proceso dura 15 minutos (de forma casi exacta). Calcular (suponiendo el sistema en estado estacionario):
(a) El número medio esperado de enfermos que aún no han sido operados (L).
(b) El tiempo que por término medio pasa un enfermo antes de entrar en quirófano (W).
(c) El tiempo medio que un paciente debe esperar hasta ser examinado (Wq).
(d) El número esperado de pacientes que esperan para ser examinados (Lq).

C16. Una compañía que tiene cuatro máquinas que se estropean frecuentemente, emplea a una persona con la única tarea de repararlas. El tiempo necesario para cada reparación tiene una distribución exponencial con media 2 horas. Una vez que una máquina ha quedado reparada, el tiempo que transcurre hasta que vuelve a fallar tiene una distribución exponencial con media 10 horas. Cuando una máquina queda en reparación, el tiempo perdido tiene un valor de 20 u.m. por hora, y el servicio del mecánico cuesta 45 u.m. diarias. Se supone un día de 8 horas laborables.
(a) Calcular la distribución estacionaria.
(b) Calcular el número medio de máquinas operativas en estado estacionario

C17. En una aerolínea se debe revisar cada pasajero, así como su equipaje, para ver si trae armas. Suponga que al AILA llega un promedio de 10 pasajeros/minutos. Los tiempos entre llegadas son exponenciales. Para revisar a los pasajeros, el aeropuerto debe tener dos estaciones que consisten en un detector de metales y una máquina de rayos X cada una, para el equipaje. Cuando están trabajando las estaciones se necesitan dos empleados. Se pueden revisar un promedio de 12 pasajeros por minutos. El tiempo para revisar un pasajero es exponencial. Determine:

(a) ¿Cual es la probabilidad de que un pasajero que llegue encuentre 3 personas en cola?
(b) ¿En promedio cuantos pasajeros esperan en cola?
(c) ¿En promedio cuanto tiempo pasara el pasajero en la estación de verificación?

C18. Un peluquero atiende el solo su negocio. No acepta citas pero atiende a los clientes conforme llegan. Debido al prestigio del peluquero, a pesar de tener solo cuatro sillas en el salón de espera, los clientes están dispuestos a esperar por el servicio una vez que llegan; las llegadas siguen un proceso poissoniano con una tasa media de llegadas de 5 por hora. Aparentemente el tiempo de servicio del peluquero se distribuye exponencialmente, con una media de 10 minutos; Determine:

(a) El tiempo promedio que un cliente permanece en la peluquería?
(b) El número esperado de clientes que esperan el servicio?
(c) El tiempo promedio que un cliente dura siendo servido?
(d) Factor de utilización?
(e) La probabilidad de hallar el sistema ocupado?
(f) La probabilidad de que un cliente que llegue no encuentre asiento y tenga que permanecer parado?
(g) El porcentaje de los clientes que deben esperar antes de sentarse en la silla de corte?

C19. El CMC esta teniendo problemas con la capacidad de una sala de espera que soporta hasta 14 pacientes. El doctor sostiene que los pacientes llegan hasta la sala según una distribución de poisson con una tasa de 30 por hora. El tiempo de examen por persona es exponencial con tasa media de 20 por hora, suponiendo que estos datos fueron proporcionados por usted y que los pacientes son atendidos en el orden en que llegan. Determine:(usar 4 cifras después del punto decimal)

(a) La tasa de llegada efectiva a la sala?
(b) La probabilidad de que un paciente que llegue no tenga que esperar?
(c) La probabilidad de que un paciente que llegue encontrará un asiento desocupado en la sala?
(d) El tiempo promedio que un paciente dura siendo servido?
(e) Hallar el número promedio de asientos vacíos?
(f) Hallar la probabilidad de que un paciente llegue y todos los asientos estén ocupados?
(g) La probabilidad de que un paciente que llegue no tenga que esperar, considerando que no esperar es estar dentro del sistema?

C20. Las seis secretarias de seis departamentos de ingeniería deben usar dos mimeógrafos centralizados en la oficina del decano. La tasa de llegada de secretarias a los mimeógrafos sigue una distribución Poisson con media de 4 /hora. El tiempo de servicio sigue una distribución exponencial con media de 3 /hora. Se desea determinar:

(a) La probabilidad de que los mimeógrafos estén ociosos?
(b) la probabilidad de que tres secretarias necesiten usar los mimeógrafos al mismo tiempo?
(c) El tiempo promedio que una secretaria pasa en los mimeógrafos?

C21. Un sistema de colas tiene tres canales de servicio. Las llegadas de los clientes sigue una distribución poisson con media de 0.8 clientes por minutos. El tiempo de servicio de cada canal es exponencial con media de 0.40 clientes por minuto.

(a) Calcule el número esperado de clientes en cola?

(b) El tiempo promedio en la cola?
(c) El ocio promedio de los servidores?

C22. La ventanilla de un banco tiene tiempo medio de servicio de 2 minutos y los clientes llegan a una tasa de 20 por hora, suponiendo que los clientes representan tasa con una distribución de poisson:

(a) Que porcentaje del tiempo estará ocioso el cajero?
(b) Después de llegar, Cuanto tiempo gasta un cliente esperando en la cola y en ser atendido?
(c) Que fracción de clientes debe esperar en cola?

C23. Una tienda de alimentación tiene un único dependiente. Los clientes llegan a la tienda según una distribución de Poisson de tasa media 30 por hora. Cuando sólamente hay un cliente, éste es atendido por el dependiente con un tiempo de servicio esperado de 1.5 minutos. Sin embargo, cuando hay más de un cliente en la tienda, se ha dado instrucciones al encargado del almacen para que ayude al dependiente a envolver los productos comprados. Esta ayuda reduce el tiempo de servicio empleado a 1 minuto. En ambos casos, la distribución de los tiempos de servicio es exponencial.

b) ¿Cual es la distribución de probabilidad del nº de clientes en la tienda en el estado estacionario?
c) Obtener L (longitud esperada del sistema) para este sistema. Utilizar la información obtenida para determinar L_q, W y W_q

C24. Una compañía aerea tiene dos empleados que recogen las reservas de billetes que se realizan por teléfono. Además una llamada puede situarse en una linea de espera hasta que uno de los empleados quede libre para atenderla. Si las 3 líneas telefónicas (las dos de los empleados y la línea de espera) están ocupadas, un cliente potencial recibe una señal de que el sistema está ocupado y la llamada se pierde. Se supone que las llamadas llegan según una distribución de Poisson de tasa media de 15 por hora. La duración de una conversación telefónica tiene una distribución exponencial de media 4 minutos.

b) Hallar la probabilidad de estado estacionario de:
i) Una llamada sea atendida inmediatamente
ii) Una llamada se pase a la línea de espera
iii) Una llamada reciba señal de ocupado.

C25. Una tienda en la que se realizan fotocopias está abierta 5 días a la semana. Disponen de 3 máquinas idénticas, pero sólamente hay 2 operadores trabajando con ellas, de forma que la 3ª máquina sólo se usa cuando alguna de las otras dos se estropea. Cuando una máquina está en servicio, el tiempo hasta que se estropea sigue una distribución exponencial de media 2 semanas. Si la máquina se estropea mientras las otras 2 están operativas, se llama a un técnico para su reparación cuyo tiempo medio hasta que se repara sigue una distribución exponencial de tasa media 0.2 semanas. Sin embargo, si una 2ª máquina se estropea antes de que la 1ª se haya arreglado, la 3ª máquina se para mientras que los 2 operadores trabajan juntos para arreglarla rápidamente. La distribución del tiempo que transcurre hasta que los dos operadores consiguen arreglar ésta 2ª máquina es exponencial de media únicamente 1/15 semanas. Si el técnico acaba de arreglat la 1ª máquina antes que los 2 operadores terminen el arreglo de la 2ª, los operadores vuelven a hacer servir las 2 máquinas operativas, mientras que el técnico termina el 2º arreglo, en cuyo caso el tiempo restante de arreglo sigue una distribución exponencial de media 0.2 semanas.

a) Suponiendo que los estados del sistema son el número de máquinas que no están funcionando, construir el diagrama de flujos.

b) Hallar la distribución de estado estacionario del número de máquinas que no funcionan.

c) ¿Cúal es el número esperado de operadores haciendo copias?

C26. Un técnico en reparaciones se ocupa del mantenimiento de 3 máquinas. Para cada máquina, la distribución de probabilidades del tiempo antes de que se estropee es exponencial de media 9 horas. El tiempo de reparación también es exponencial de edia 2 horas.

a) Calcular la distribución de probabilidades en el estado estacionario del nº de máquinas que no funcionan

b) Haciendo una aproximación muy burda, supongamos que la población de llegada es infinita de forma que el proceso de llegada sigue una distribución de Poisson de tasa media de 3 cada 9 horas. Comparar el resultado obtenido en a) con el que se obtiene al hacer esta aproximación:

1) Utilizando el modelo de cola infinita

2) Utilizando el modelo de cola finita

c) Supongamos ahora que podemos disponer de un 2º técnico para reparar las máquinas siempre que haya más de una máquina estropeada. Calcular en este caso, lo mismo que en el apartado a).

C27. Actualmente se está realizando la planificación para una nueva fábrica. Un departamento va a recibir una gran cantidad de ciertas máquinas automáticas y deseamos determinar cuantas máquinas deberían asignarse a cada operador para sus servicio (carga, descarga, ajuste, arranque, etc.) Para realizar este análisis se proporciona la siguiente información:

El tiempo de espera (tiempo desde que se completa un servicio hasta que la máquina requiere un nuevo servicio) de cada máquina, es exponencial de media 150 minutos.

El tiempo de servicio tiene una distribución exponencial de media 15 minutos. Cada operador atiende únicamente tres máquinas y no ayuda ni recibe ayuda de los otros operadores.

Para que el departamento alcance la tasa de producción necesaria, las máquinas deben funcionar por lo menos el 89 % del tiempo en media.

a) ¿Cual es el máximo nº de máquinas que puede asignarse a cada operador manteniendo la tasa de producción?

b) Cuando a cada operador se le asigna el máximo nº obtenido en a), ¿Cual es la fracción de tiempo esperada en la que los operadores estarán ocupados atendiendo las máquinas?

C28. Consideremos un sistema de colas con llegadas de Poisson, en el que el sirviente debe realizar dos tareas diferenciadas de forma secuencial para cada cliente, de forma que el tiempo total de servicio es la suma de los tiempos de las 2 tareas (estadísticamente independientes).

a) Supongamos que el tiempo de la 1ª tarea es exponencial de media 3 minutos y que el tiempo de la 2ª tarea tiene una distribución de Erlang de media 9 minutos y K = 3. ¿Qué modelo debe utilizarse para representar este sistema?

b) supongamos que a) se modifica de forma que el tiempo de la 1ª tarea tambien sigue una distribución de Erlang con K = 3 (la media se mantiene en 3 minutos). ¿Qué modelo debería utilizarse para representar este sistema?

C29. Una base de mantenimiento de aviones dispone de recursos para revisar únicamente un motor de avión a la vez. Por tanto, para devolver los aviones lo antes posible, la política que se sigue consiste en aplazar la revisión de los 4 motores de cada avión. En otras palabras, solamente se revisa un motor del avión cada vez que un avión llega a la base. con esta política, los aviones llegan según una distribución de Poisson de tasa media uno al día. El tiempo requerido para revisar un motor (una vez que se empieza el trabajo) tiene una distribución exponencial de media 1/2 dia. Se ha hecho una propuesta para cambiar la política de revisión de manera que los 4 motores se revisen de forma consecutiva cada vez que un avión llegue a la base. a pesar de que ello supondría cuadruplicar el tiempo esperado de servicio, cada avión necesitaría ser revisado únicamente con una frecuencia 4 veces menor.

Utilizar la Teoría de colas para comparar las 2 alternativas.

C30. El servicio de información telefónica de un instituto meteorológico consta de una centralita con 4 lineas atendida por una única persona que es la que proporciona la información. Cuando llega una llamada, ésta se rechaza si en ese momento todas las líneas están ocupadas; en caso contrario, se aceptará la llamada y ésta ocupará alguna linea desocupada. la telefonista atiende las llamadas según una disciplina FIFO, tardando en cada una de ellas una media de 60 segundos. La tasa de llegada de las llamadas es de 3 por minuto. Suponiendo que el número de llamadas que se reciben sigue una distribución de Poisson y que el tiempo que se tarda en atenderlas sigue una distribución exponencial, responder a las siguientes cuestiones;

a) ¿Qué modelo permite estudiar el comportamiento de la centralita?. Dibujar el diagrama de tasas

b) ¿Cual es el tiempo medio de espera hasta que se atiende una llamada?

c) ¿Con qué probabilidad se rechaza una llamada?

d) Actualmente se está considerando la posibilidad de ampliar el servicio de la centralita para reducir la probabilidad de rechazar una llamada. Las posibilidades que se están estudiando son:

1) Conectar a la centralita otras 4 lineas nuevas, manteniendo una única telefonista

2) Mantener las 4 lineas actuales pero contratar una nueva telefonista que trabajaría conjuntamente con la que ya está y a un ritmo de trabajo similar.

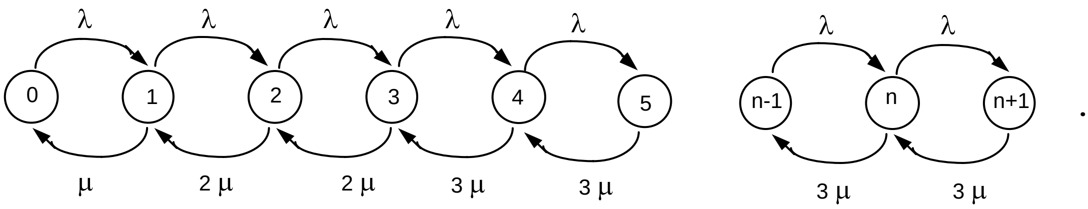
¿Cual de las 2 alternativas te parece más conveniente?

C31. Consideremos los siguientes diagramas de tasas, correspondientes a diferentes modelos de colas para procesos de nacimiento y muerte.

1)

Donde c es una constante, $0 < c < 1$

2)



3)

Responder a las siguientes cuestiones:

a) Para todos los modelos anteriores (1,2 y 3) describir brevemente con qué tipo de situaciones se corresponden.

b) Para los modelos 2 y 3 dar una expresión (lo más compacta posible) de P_0.

c) Para el modelo 3 obtener el tiempo medio de espera en el sistema. ¿Cual será la longitud media del sistema cuando $\lambda=\mu$?

Nota:

$$\sum_{n=0}^{\infty} a^n = \frac{1}{1-a}, \text{ si } a < 1. \qquad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a^n}{n!} = e^a$$

C32. Una gestoría dispone de tres personas que atienden al público; cada una de ellas tarda una media de 10 minutos en atender a un cliente.

a) Supongamos que los clientes llegan con una tasa de 15 por hora.

a.1) ¿Con qué probabilidad un cliente tiene que esperar para ser atendido?
a.2) ¿Cual es el número medio de clientes en la cola?
a.3) ¿Cual es el tiempo medio de espera en el sistema?

b) Supongamos que se estructura la gestoría en tres servicios: uno dedicado a las gestiones de compra/venta, el segundo para documentación (DNI, pasaportes, carnets de conducir,...) y el tercero para las restantes gestiones. Ahora, la tasa de llegada de los clientes a cada uno de los servicios es de 5 por hora. Además, cada uno de los tres empleados está asignado a un único servicio.

b.1) ¿Con qué probabilidad un cliente tiene que esperar para ser atendido?
b.2) ¿Cual es el número medio de clientes en la cola?
b.3) ¿Cual es el tiempo medio de espera en el sistema?

c) ¿Cual de las 2 alternativas anteriores te parece más conveniente? Razónalo.

C33. Una estación de servicio tiene una única bomba de gasolina. Los coches que requieren servicio llegan según un proceso de Poisson con una tasa media de 20 vehículos por hora. Si la bomba ya está sirviendo a un cliente los clientes potenciales pueden marcharse para ser atendidos en otra estación de servicio próxima. En particular si hay n coches en la estación de servicio, la probabilidad de que un cliente potencial se marche es de $n / 4$ para $n = 1,2,3,4$. El tiempo requerido para servir un coche es exponencial de media 3 minutos.

a) Hallar la distribución de probabilidad del estado estacionario
b) Encontrar el tiempo medio de permanencia en el sistema

C34. Un vendedor de helados ha instalado un puesto de venta en un area de descanso de una autopista de manera que puede atender a los clientes sin que tengan que apearse. El concesionario de la autopista le ha alquilado un espacio con capacidad para cuatro vehículos contando el que esta siendo atendido. La tasa media de llegadas de los clientes es de 40 coches por hora y el puesto puede servir hasta 50 coches por hora. El beneficio neto por los helados vendidos a cada coche es de 50 pesetas. Teniendo en cuenta que el puesto de venta de helados está abierto durante 14 horas diarias, y que el concesionario de autopistas está dispuesto a alquilarle espacio adicional a 500 pesetas/día por plaza de coche, ¿Qué debe hacer? ¿Ha de alquilar plazas extra?. En caso afirmativo, ¿cuantas?.

C35. En cierto centro oficial existe un aparcamiento público gratuito con cuatro plazas. Los coches con intención de aparcar llegan a un ritmo de 6 por hora en promedio. Si encuentran plaza aparcan, si no deben buscar otro lugar, por ejemplo un aparcamiento subterráneo, de pago cerca de allí. En promedio cada coche permanece aparcado 30 minutos. Se pregunta:

a) Probabilidad de que un coche que llegue al aparcamiento público gratuito pueda aparcar.

b) Suponiendo que el aparcamiento público gratuito esté completo ¿Cuánto deberá aguardar, en promedio, un coche situafdo en doble fila, hasta que quede plaza libre?

c) ¿Cuántas plazas de aparcamiento público gratuito deberian exixtir para que el 85% de los coches que se dirigen al centro oficial puedan aparcar en él?

C36. Un taller cuenta con tres máquinas idénticas que se averian según un proceso poissoniano de parámetro λ . El coste de tener una máquina parada durante un día es de A pts.

El taller cuenta, asimismo, con dos equipos para la detección y reparación de averías. Para cada uno de ellos el tiempo necesario para una reparación se distribuye según una ley exponencial. Uno de los equipos, el más antiguo, tiene un coste de funcionamiento de R pts/día y puede realizar hasta μ reparaciones/día, el doble de la tasa de averías de cada máquina. El otro equipo, más moderno, tiene un rendimiento triple que el del primero y un coste de funcionamiento también triple.

El jefe de taller tiene que decidir entre dos políticas, para lo cual desea estimar los costes medios:

a) Utilizar el equipo antiguo cuando sólo hay una máquina averiada

b) Utilizar el equipo moderno cuando sólo hay una máquina averiada (Evidentemente, cuando hay dos máquinas averiadas, o las tres, trabajan los dos equipos de reparación)

c) ¿Cual es la política óptima en función de la relación de costes A/R)

C37. En un taller hay cuatro máquinas que se averian, en promedio, cada 200 horas. Las averias son reparadas por un único equipo que tarda un promedio de 8 horas por averia. Cada máquina parada produce una pérdida de 8.000 pts/hora.

a) ¿Qué fracción de tiempo hay por lo menos dos máquinas trabajando?

b) ¿Resultaria rentable la instalación de una máquina que funcionase cuando alguna de las otras se averia sustituyendola, si la instalación supone una inversión de 10.000.000 pts a amortizar en cuatro años, considerando que hay 2000 horas de trabajo al año?

C38. Una estación de servicio tiene una bomba de gasolina. Los coches que requieren servicio llegan según un proceso de Poisson con una tasa media de 20 vehículos por hora. Si la bomba está ocupada los clientes potenciales pueden marcharse para ser atendidos en otra estación. En particular, si hay n coches en la estación, la probabilidad de que un cliente potencial se marche es de $n / 5$ para $n = 1,2,3,4,5$. El tiempo requerido para servir un coche es de 3 minutos, en promedio, exponencialmente distribuidos.

a) Identificar el modelo de colas y calcular el porcentaje de clientes perdidos.

b) Calcular el tiempo medio de permanencia en el sistema

c) ¿Cual sería la ventaja si hubiesen 2 bombas de gasolina?

C39. En una pequeña ciudad operan dos empresas de taxis. Cada una de ellas tiene dos taxis, y ambas se reparten el mercado en condiciones de igualdad. Esto resulta evidente por el hecho de que las llamadas telefónicas que llegan al servicio de atención al público de cada una de las empresas, siguen una distribución de Poisson de tasa media λ=10 llamadas por hora en ambos casos. La duración media de una carrera de taxi es de 11.5 minutos, y sigue una distribución de probabilidad exponencial.
Uno de los hombres de negocios de la ciudad ha comprado recientemente las dos empresas, y su primera preocupación es fusionar los dos servicios de atención al público en uno sólo, con el objetivo de ofrecer un servicio más rápido a los clientes, es decir, que tengan que esperar menos a que los recoja el taxi solicitado. ¿Es esto cierto, qué un único servicio de recepción de llamadas que fusione los dos existentes será más eficiente que los dos trabajando independientemente?.
A pesar de todo, operando con un servicio único de atención al cliente, el propietario de la empresa fusionada piensa que el tiempo de espera hasta que el cliente recibe el servicio es excesivo, y como no dispone de capital para incrementar el número de taxis decide que la oficina que atiende las llamadas de los clientes para pedir servicio les comunique que no puede atender su petición cuando la lista de clientes a la espera de ser atendidos sea de 16. ¿Qué efectos tendrá esta decisión en los tiempos de espera?. ¿Cúal será el porcentaje de clientes perdidos?.

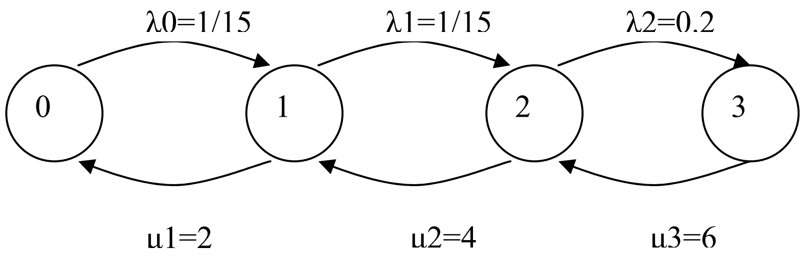
C40. Cada año, durante el mes de agosto, el edificio de la FME permanece cerrado con llave. Para poder entrar salir, alguno de los 3 guardias de seguridad nos tiene que abrir la puerta. La misión de estos guardias no es tan solo controlar la puerta sino que también deben hacer rondas de vigilancia de forma aleatoria por el edificio. Un guardia pasa una media de 1 hora en la entrada y entonces decide hacer una ronda que por termino medio dura 40 minutos (se supone que tanto el tiempo de duración de las rondas como el de permanencia en la entrada están distribuidos exponencialmente, y que el comportamiento de cada guardia es independiente del de los demás).

- **a)** ¿Cuál es la probabilidad de que alguien que llega a la FME tenga que esperar a que vuelva algún guardia de su ronda para que le abra la puerta?
- **b)** ¿Cuántos guardias habrá en la puerta de entrada, por termino medio?
- **c)** ¿Cuál es el número medio de rondas que se hacen por dia (24 horas) entre todos?

Soluciones a los ejercicios.
Las restantes soluciones intentaré tenerlas la semana que viene.

C1.
(a) P(el cajero ocioso)=p_0 = 1 -ρ=1/3. El 33'33% del tiempo esta ocioso.
(b) Wq = 1/15 = 4 minutos
(c) L = 2, Lq = 4/3, Fracción en cola = 2/3. El 66'67% de los clientes que están en el sistema están en cola.
C2.
(a) P(línea de espera)=1 - p0 - p1 = 4/9
(b) Lq = 4/3 personas en cola.
(c) Wq = 2/15 horas = 8 minutos de media en cola.
C3.
(a) Lq = 1'06182 personas.
(b) Wq = 0'04116 horas = 24'69 minutos.
(c) El peluquero está ocioso el 22'72% del tiempo.
C4.
(a) Lq = 4'01667 obreros.
(b) Wq = 16'6667 minutos.
C5.
p0 = 0'5746, p1 = 0'2873, p2 = 0'1077, p3 = 0'0269, p4 = 0'0034, p5 = p6 = . . . = 0
Lq = 0'1717 aviones en espera a ser reparados, y Wq = 0'0505 años= 18'43 días.
C6.
(a) Wq = 00166667 horas = 10 min.
(b) la probabilidad de que haya al menos dos personas en el sistema es 0'4444.
(c) Lq = 1'33333 clientes.
C7.
L = 0'2537 máquinas en el taller.
C8.
(a) 1 -(p0 + p1 + p2 + p3) = 0'5261.
(b) P(al menos un cajero ocioso) = 0'242424
C9.
(a) L = 3'285.
(b) 0'06 es el número medio de vehículos que no pueden entrar al servicio.
C10.
(a) p0 = 0'1526, Lq = 0'0283, L = 1'9033, Wq = 0'0019horas = 7seg.,
W = 0'1269horas = 7min.36seg.
(b) p0 = 0'03226, Lq = 13'61, L = 15'49, Wq = 0'90733horas = 54'44min.,
W =1'03horas = 61'8min.
C11.
(a) L=2'4 empleados en el departamento de control de calidad.
(b) L=1'4778 empleados en el departamento de control de calidad.
C12.
(a) Empleado actual: L = 5 clientes, W = 30 minutos
Empleado con cursillo: L = 8'625 clientes, W = 51'750 minutos.
Los resultados son más sensibles al tiempo medio de servicios que a su variación.
(b) La varianza saldría negativa, es decir, no es posible compensarlo de ninguna forma.
C13.
L=2'94 máquinas.
C14.

Wq = 2’28 minutos.
C15.
(a) L = 39/760 pacientes.
(b) W =15 min. y 23 seg.
(c) Wq = 23 seg.
(d) Lq = 1/760 pacientes.
C16.
(b)W=3,29 horas
C17.
(a)P3=0,09645
(b)5
(c) 30 segundos
C18.
(a)16,4051 minutos
(b)1,2294
(c)10 minutos
(d)74,94%
(e)1-P0=1-0,25059=
(f) P5=0,1208
(g)1-P0-P5=1-0,25059-0,10071
C19.
(a)29,97
(b)0,00076
(c)1-p15=0,666
(d)3 minutos
(e)1,9766
(f)0,333
(g)0,666
C20.
(a)0,00579
(b)0,2746
(c)21,87 minutos
C21.
(a)2,88
(b)1,11 minutos
(c)33,33%
C22.
(a)33,33%
(b)En la cola 4 minutos y 6 en ser atendido
(c)1-P0=0,666
C23.
(a) $p_n = \dfrac{(0,5)^{n-1}}{0,666} p_0$
(b)No hacer
C24.
(b)(i)0,3636
(b)(ii)0,1818
(b)(iii)0,0909
C25.
(a)



(b)

(c)