

# **SIMULACIÓN DE LA VISIÓN ESTEREOSCÓPICA.**

## **PARTE I: ASPECTOS FÍSICOS Y GEOMÉTRICOS.**

**Antonio Fernández Caballero**

**Gabriel Sebastián Rivera**

**Juan Moreno García**

*Antonio Fernández Caballero es profesor del Departamento de Informática, Escuela Politécnica Superior de Albacete, Universidad de Castilla-La Mancha.*

*Gabriel Sebastián Rivera y Juan Moreno García son colaboradores en proyectos de investigación.*

**RESUMEN.** Este artículo presenta la primera parte de un trabajo sobre simulación de la visión estereoscópica mediante un trazador de rayos. En esta primera entrega se ofrecen los aspectos físicos básicos de la visión humana, para pasar seguidamente a introducir las nociones relacionadas con la geometría de la estereoscopía, haciendo un especial hincapié en la idea de disparidad.

### **1. INTRODUCCION**

La estereoscopia es una de los fenómenos más interesantes que tiene la visión humana y, sin embargo, casi nunca nos hemos parado a pensar como podemos calcular la distancia a la que se encuentra un determinado objeto o la sensación de tridimensionalidad que nos hace apreciar este mundo tal y como es.

Para poder hacer una simulación de cómo funciona la visión humana primeramente tendremos que explicar como está conformada nuestra visión y cómo interpreta una imagen. Para explicar todo esto es preciso comenzar introduciendo brevemente los principios físicos de la óptica a partir de la cual podremos simular el funcionamiento de la visión humana. A continuación explicaremos los principios de la visión estereoscópica

## **2. PRINCIPIOS FISICOS DE LA OPTICA.**

Los rayos luminosos atraviesan el vacío con velocidad de aproximadamente 300.000 km./s y prácticamente con la misma atraviesan el aire y otros medios gaseosos, pero mucho más lentamente líquidos y sólidos. El índice de refracción de una substancia transparente es la proporción entre la velocidad de luz en el aire y en dicha substancia. Evidentemente, el índice del aire es la unidad.

Cuando las ondas luminosas, desplazándose en haz, chocan contra una interfase perpendicular al haz, las ondas penetran en el segundo medio de refracción sin desviarse de su curso. El único efecto que entonces ocurre es que disminuye la rapidez de transmisión. Si las ondas luminosas chocan contra una interfase que forma ángulo, los rayos se inclinan y los índices de refracción de los dos medios serán diferentes. La inclinación de los rayos luminosos en una interfase angulada se denomina refracción. Obsérvese en particular que el grado de refracción aumente en función de:

1. Los índices de refracción de los dos medios transparentes.
2. El grado de angulación de la interfase y el frente de la onda que penetra.

Los principios de refracción se aplican a las lentes, obteniéndose los siguientes resultados:

- Lente convexa. La figura 1 muestra rayos de luz paralelos que atraviesan una lente convexa. Los rayos de luz que atraviesan el centro de la lente son exactamente perpendiculares a la misma; por tanto, atraviesan sin refracción alguna. Sin embargo, al irlos acercando al borde de la lente, los rayos chocan contra ella con ángulos progresivamente mayores. Por lo tanto, los rayos más externos cada vez se desvían más hacia el centro. En consecuencia, los rayos de luz paralelos que penetran a través de una lente convexa con la forma apropiada caen en un sólo punto de enfoque a cierta distancia detrás del cristalino.

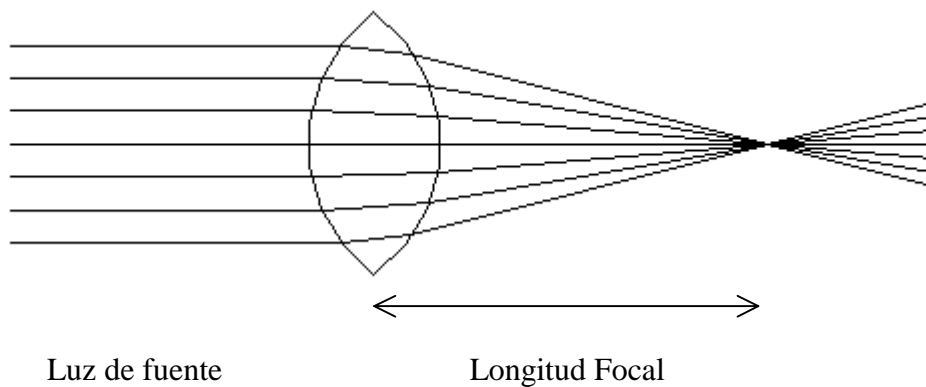


Figura 1. Desviación de los rayos luminosos en la superficie de una lente esférica convexa.

- Lente cóncava. La figura 2 muestra el efecto de una lente cóncava sobre un haz de rayos luminosos paralelos. Los rayos que atraviesan el centro de la misma son perpendiculares a la interfase; en consecuencia, no sufren refracción. Los rayos que se van acercando al borde de la lente atraviesan antes que los rayos cercanos al centro. Este efecto es opuesto al que observamos en la lente convexa, y hace que los rayos luminosos periféricos sean divergentes, separándose de los rayos luminosos que atraviesan el centro de la lente. Así pues, la lente cóncava produce divergencia de los rayos luminosos, mientras que la lente convexa produce convergencia.

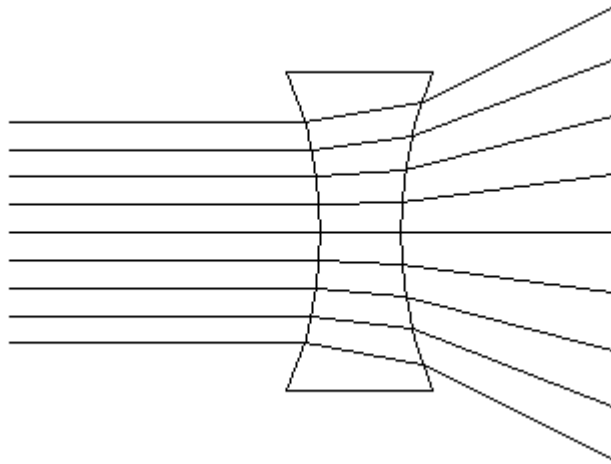


Figura 2. Desviación de los rayos luminosos en la superficie de una lente esférica cóncava.

La distancia de una lente convexa a la cual los rayos luminosos paralelos convergen en un punto focal común recibe el nombre de distancia focal de la lente. El esquema en la parte alta de la figura 3 indica este enfoque de los rayos paralelos.

En el esquema del centro de la figura 3 los rayos luminosos que penetran en la lente convexa no son paralelos sino que divergen porque nacieron en un punto situado no muy lejos de la propia lente. Como ya se ha comentado, los rayos que llegan al centro del cristalino lo atraviesan sin ninguna refracción y los que chocan en los bordes se refractan hacia el centro. Sin embargo, como estos rayos ya son divergentes, a pesar de que son desviados igual que los paralelos, puede observarse que no llegan a formar un punto focal a la misma distancia de la lente que los rayos paralelos. En otras palabras, cuando los rayos de luz que ya divergen penetran en una lente convexa, la distancia focal en el otro lado de la lente es mayor que en el caso de los rayos que penetran paralelos.

En el esquema inferior de la figura 3 se observan rayos luminosos que también divergen hacia una lente convexa con una curvatura mucho mayor que la que tienen las dos lentes superiores de la figura. En este esquema la distancia desde la lente a la cual llegan los

rayos luminosos hasta el foco es exactamente la misma que la de la lente en el primer esquema, cuando la lente era convexa pero los rayos que penetraban eran paralelos. Esto ilustra el hecho de que ambos tipos de rayos, paralelos y divergentes, pueden enfocarse a igual distancia por detrás de la lente siempre que ésta cambie de convenida. Es evidente que cuanto más cerca se halle el origen de la luz de la lente, mayor será la divergencia de los rayos luminosos y mayor habrá de ser la curvatura de la misma para que el foco se haga a la misma distancia.

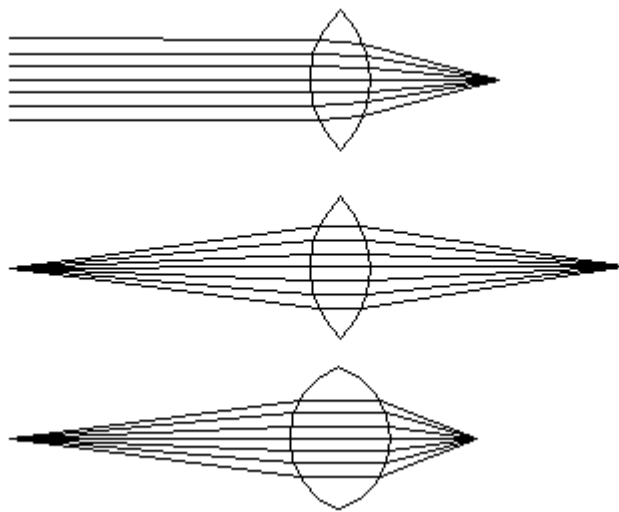


Figura 3. Las dos lentes superiores de esta figura tienen la misma fuerza, pero los rayos luminosos que penetran en la superior son paralelos, mientras que los que penetran en la segunda lente son divergentes; se ilustra el efecto de rayos paralelos y los divergentes sobre la distancia focal. La lente inferior tiene mucho mayor poder refringente que cualquiera de las otras dos, demostrando que cuanto más fuerte es la lente, más cerca de la misma se halla el punto focal.

La relación entre distancia focal de la lente, distancia del punto luminoso de origen y distancia del punto focal se expresa por la siguiente fórmula:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

en la cual  $f$  es la distancia focal de la lente, a la distancia entre el punto luminoso de origen y la lente y  $b$  la distancia de la lente a su punto focal.

El dibujo superior de la figura 4 ilustra una lente convexa con dos fuentes de luz a la izquierda. Como los rayos luminosos de cualquier fuente pasan por el centro de una lente convexa sin refractarse en ninguna dirección, se muestra que los que provienen de cada fuente de luz llegan en línea recta a un punto focal detrás del cristalino, desde la fuente al centro del cristalino.

Todo punto origen de rayo luminosos en un objeto llega a un punto focal separado en el otro lado de la lente. Si todas las porciones del objeto se hallan a igual distancia de la lente, todos los puntos focales por detrás de ésta caerán en un mismo plano a cierta distancia por detrás. En la parte inferior de la figura 4, vemos cómo una imagen está completamente invertida con respecto al objeto original. Este es el método por el cual la lente de una cámara fotográfica enfoca los rayos luminosos sobre la película.

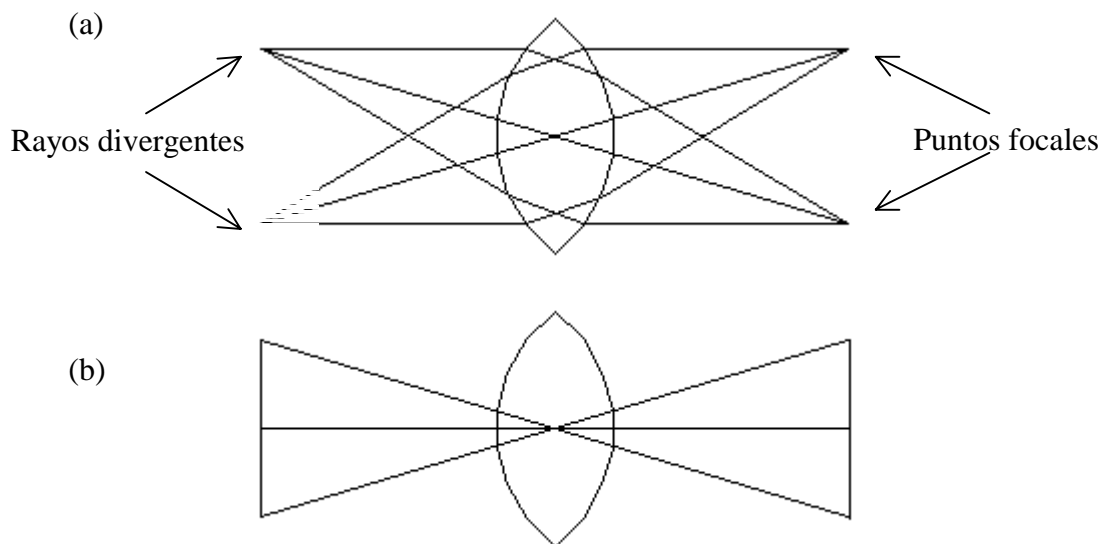
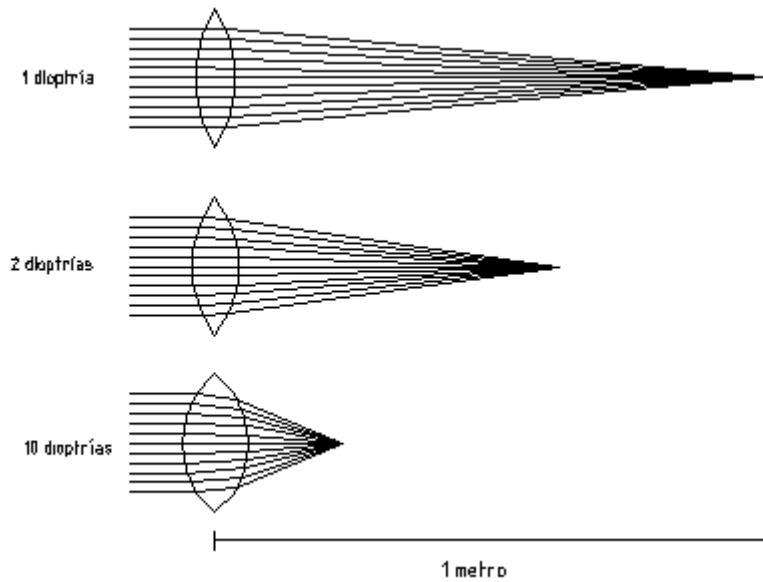


Figura 4. (a) Dos fuentes luminosas en dos puntos separados a cada lado de una lente. (b) Formación de una imagen por una lente esférica convexa.

Cuanto más desvía la luz una lente, mayor es su poder de refracción. Este poder de refracción se mide en dioptrías. El poder de refracción de una lente convexa equivale a un



metro dividido por su distancia focal (véanse algunos ejemplos en la figura 5).

Figura 5. Efecto de la fuerza de las lentes sobre la distancia focal.

Por su lado, el poder de refracción de las lentes cóncavas se indica por su capacidad de producir divergencia de rayos luminosos en comparación con la capacidad de producir convergencia las lentes convexas. Hablaremos en este caso de dioptrías negativas. Obsérvese, además, que las lentes cóncavas pueden neutralizar el poder refringente de las lentes convexas.

### 3. OPTICA DEL OJO.

El ojo, según se ilustra en la figura 6, equivale ópticamente a la cámara fotográfica corriente; tiene un sistema de lentes, un sistema de abertura variable (la pupila), y una retina que corresponde a la placa. El sistema de lentes está formado por:

1. La interfase entre aire y superficie anterior a la córnea
2. La interfase entre superficie posterior de la córnea y humor acuoso
3. La interfase entre humor acuoso y superficie anterior del cristalino
4. La interfase entre superficie posterior del cristalino y el humor vítreo

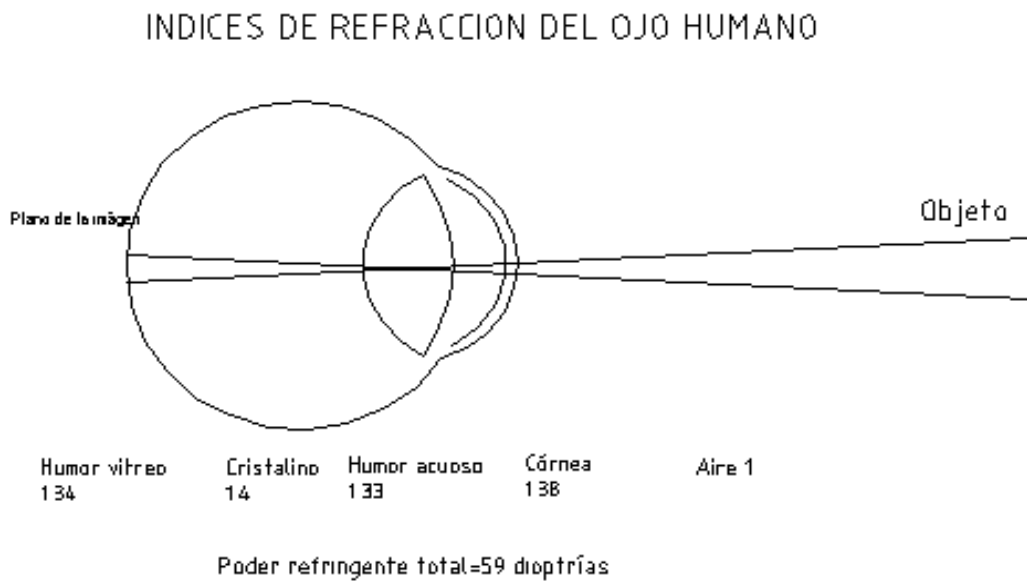


Figura 6. El ojo como cámara fotográfica. Los números indican los índices de refracción.

El índice de refracción del aire es 1, el de la córnea 1,38, el del humor acuoso 1,33, el del cristalino (en promedio) de 1,40 y el del humor vítreo 1,34. Si se añaden algebraicamente todas las superficies refringentes del ojo y se consideran que forman una lente única, la óptica de un ojo puede simplificarse sistemáticamente como ojo reducido. Esto es útil para cálculos simples.

En el ojo reducido se considera que existe una sola lente a 17 milímetros por delante de la retina, con poder de refracción total de aproximadamente 59 dioptrías cuando el cristalino está acomodado para visión lejana. El ojo, pues, puede asimilarse a un sistema óptica que comprende:



- Una lente convexa, con centro óptico O, con distancia focal próxima a 17 mm, con eje principal que puede confundirse con el eje visual

- Una superficie sensible, pequeña región de la retina que comprende la mancha amarilla, situada, en un ojo normal, en el plano focal imagen de la lente anterior

- Un diafragma, cuyo diámetro se regula automáticamente para dejar pasar una luz ni demasiado intensa, ni demasiado débil

De la misma manera que una lente de vidrio puede enfocar una imagen sobre un papel, el sistema de lentes del ojo puede enfocar también una imagen sobre la retina; esta imagen está invertida con respecto al objeto. Sin embargo, la mente percibe los objetos en la posición adecuada, a pesar de la orientación inversa de la imagen de la retina, porque el cerebro está acostumbrado a considerar una imagen invertida como imagen normal.

El poder refringente de la lente ocular puede aumentarse desde 15 dioptrías hasta aproximadamente 29 dioptrías en los niños pequeños; esto es, tiene poder de acomodación total de 14 dioptrías. Para ello, la forma de la lente se cambia desde moderadamente convexa a muy convexa.

La función principal del iris estriba en aumentar la cantidad de luz que entra en el ojo en la oscuridad y disminuir la que penetra cuando la luminosidad es intensa. La pupila del ojo humano puede llegar a ser muy pequeña, de aproximadamente 1,5 mm, y muy grande como de casi 8 mm de diámetro. Por tanto, la cantidad de luz que penetra en el ojo puede variar unas 30 veces a consecuencia de cambios en las dimensiones de la abertura pupilar.

Si la distancia de un objeto al cristalino del ojo es de 17 metros, y la distancia de la lente a la imagen es de 17 mm, la proporción entre las dimensiones del objeto y la dimensión de la imagen es de 1000 a 1. Así, un objeto situado 17 metros por delante del ojo y de 1 m de altura produce en la retina una imagen de 1 mm.

Hay tres medios principales gracias a los cuales el aparato visual percibe normalmente la distancia, fenómeno que se denomina percepción de profundidad.

Son los siguientes:

1. Dimensiones relativas de los objetos
2. Paralaje de movimiento
3. Estereopsis o estereoscopia

Si una persona sabe que un hombre mide 180 cm y lo ve con un solo ojo, puede determinar a qué distancia se halla según la dimensión que tenga su imagen en la retina. Esta sería la determinación de la distancia según unas dimensiones relativas conocidas. Cuanto mayor la distancia, menor la imagen; y cuanto menor la distancia, mayor la imagen.

Otro medio importante de determinar con los ojos la distancia es el paralaje de movimiento. Si una persona mira a lo lejos con sus ojos completamente parados, no percibe paralaje de movimiento; pero cuando mueve su cabeza de un lado a otro, las imágenes de los objetos cercanos se mueven rápidamente por la retina, mientras que las imágenes de los objetos distantes casi quedan estacionarias. Por este mecanismo del paralaje de movimiento pueden saberse las distancias relativas de diferentes objetos, incluso empleando un solo ojo.

Otro método que permite percibir el paralaje es el de la visión binocular. Como cada ojo se halla a poco menos de 5 cm del otro, las imágenes en las dos retinas son diferentes. Es casi por completo la estereopsis la que brinda a una persona con dos ojos mucha mayor capacidad de juzgar las distancias relativas cuando el objeto se halla cercano que a una persona que solo tiene un ojo. Sin embargo, La estereopsis prácticamente carece de importancia para percepción de profundidad a distancias mayores de 50 metros.

#### 4. VISION ESTEREOSCÓPICA.

Resumiendo lo visto hasta el momento, el hombre dispone de dos ojos que forman imágenes ligeramente distintas del mundo. La diferencia relativa en las posiciones de los objetos en las imágenes se denomina disparidad y está provocada por las diferencias en su distancia del observador. El cerebro humano es capaz de medir esta disparidad y de usarla para estimar las distancias relativas que nos separan de los objetos.

Se emplea el término disparidad absoluta para referirse a la discrepancia angular en la posición de la imagen de un objeto en ambos ojos. El término distancia se refiere a la distancia física objetiva del observador respecto del objeto, medida habitualmente desde uno de los ojos. El término profundidad se refiere a la distancia subjetiva del objeto tal como la percibe el observador.

##### 4.1. Disparidad y distancia del observador a la superficie

Supongamos un punto P a una distancia  $i$  del ojo izquierdo I del observador y con un ángulo  $\omega$  respecto a su línea frontal de mirada, como se ilustra en la figura 7. Sea  $\delta_T$  la distancia entre los ojos del observador; entonces, como la línea de mirada hacia P no es totalmente recta, la distancia efectiva entre los ojos es sólo  $\alpha = \delta_T \cos \omega$ . Si escribimos  $\beta = \delta_T \sin \omega$ , podremos ver que  $\phi$ , el ángulo entre las líneas de mirada de ambos ojos, viene dado por

Para valores de  $\phi$  pequeños, podemos escribir

$$\phi \cong \frac{\delta}{i} = \frac{\alpha}{i + \beta}$$

$$\tan \phi = \frac{\alpha}{i + \beta} = \frac{\delta}{i}$$

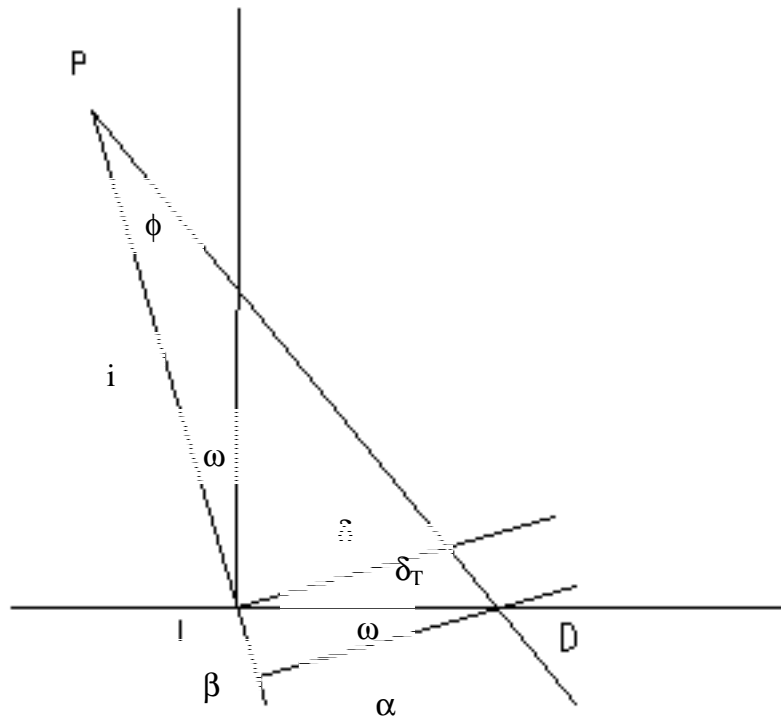


Figura 7. Trigonometría del cálculo de la distancia.

Tomemos ahora dos puntos P y P' a lo largo de la misma línea de mirada desde el ojo izquierdo, estando P situado a una distancia i y P' a una distancia i', como muestra la figura 8.

Se denomina disparidad relativa al ángulo  $\Delta\phi$  entre P y P', o sea  $\phi' - \phi$ . Así, si

$$q = \frac{i' + \beta}{i + \beta}$$

es el cambio fraccional en distancia para la disparidad relativa dada, entonces

$$\Delta\phi = \phi' - \phi = \frac{\alpha}{i' + \beta} - \frac{\alpha}{i + \beta}$$

$$\Delta\phi = \left(\frac{1}{q} - 1\right) \frac{\alpha}{i + \beta} = \frac{1 - q}{q} \frac{\alpha}{i + \beta} = \frac{(1 - q)(i + \beta)}{(i' + \beta)(i + \beta)} \alpha$$

$$\Delta\phi = (1 - q) \frac{\alpha}{i' + \beta} = (1 - q) \frac{\delta}{i'}$$

En otras palabras, la disparidad relativa  $\Delta\phi$  depende inversamente de la distancia a la que está el objeto; por lo tanto  $\Delta\phi$  varía también inversamente respecto de la profundidad.

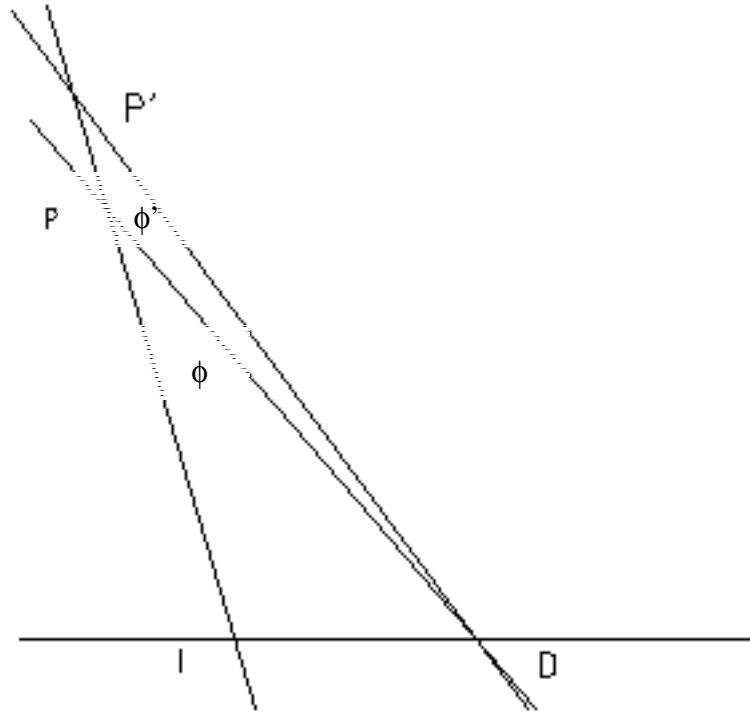


Figura 8. Recuperación de la profundidad a partir de la disparidad.

#### 4.2. Descripción formal de la geometría estéreo.

El principio geométrico que subyace tras la visión estereoscópica, ilustrado en la figura 9, es bastante simple. Los dos ojos forman imágenes a través de los centros de perspectiva izquierdo y derecho I y D en los planos  $\Pi_i$  y  $\Pi_d$ , respectivamente. Los ojos están orientadas fijamente hacia el punto v, o sea, los rayos perpendiculares a los planos de las imágenes, y que pasan por los centros de perspectiva (los rayos principales) interseccionan en el punto v.

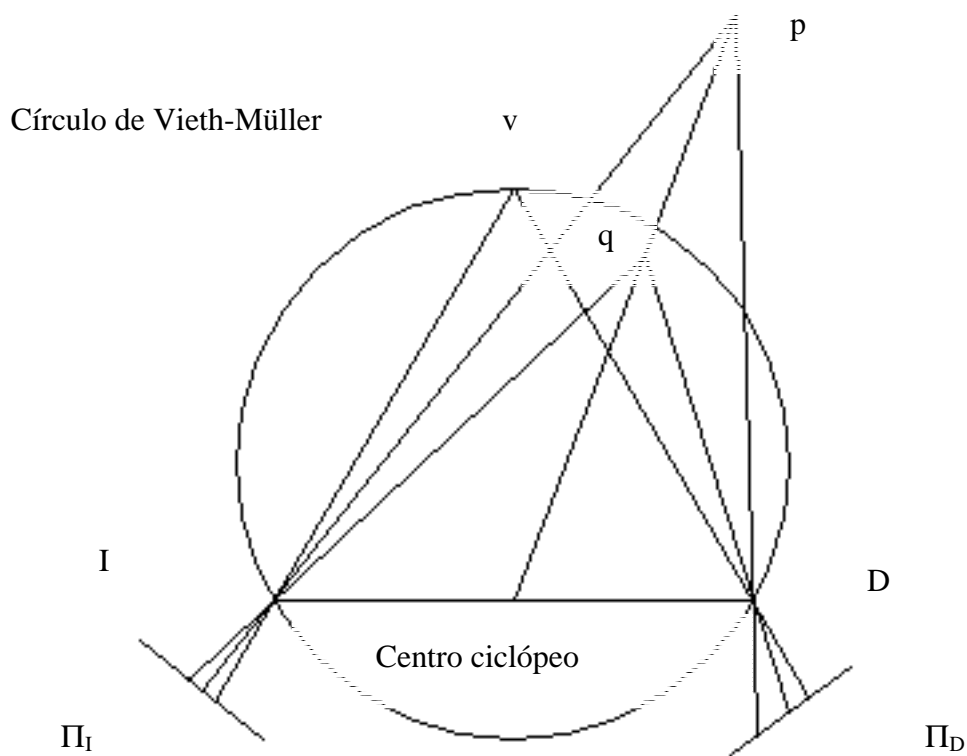


Figura 9. Geometría estereoscópica básica.

Sea  $\phi_v$  el ángulo entre los rayos principales. Se denomina disparidad absoluta de  $v$  a  $\phi_v$ . Consideremos otro punto  $p$  proyectado en los planos de imágenes  $\Pi_I$  y  $\Pi_D$  como muestra la figura, y sea  $\phi_p$  el ángulo trazado por estos rayos. Diremos que la disparidad relativa de  $p$  respecto de  $v$  es  $\delta_{p|v} = \phi_p - \phi_v$ .

El círculo que pasa por  $I$ ,  $D$  y  $v$  se denomina círculo de Vieth-Müller. Véase que la disparidad relativa  $\delta_{p|v}$  es positiva para los puntos en el interior del círculo, negativa para los puntos en el exterior del círculo y cero para los puntos del círculo.

Se observa claramente que la disparidad está relacionada con la distancia. Sea  $c = (I+D)/2$  el punto medio entre los puntos focales (el centro ciclópeo), y sean  $p$  y  $q$  dos puntos alineados con el punto  $c$ . Si  $|p - c| > |q - c|$  (o sea,  $p$  está más alejado del observador  $q$ ), entonces  $\phi_p < \phi_q$ .

## **BIBLIOGRAFIA**

- S.D. BARNARD & M.A. FISCHLER (1990). *Computational and Biological Models of Stereo Vision*. Proceedings, Image Understanding Workshop. Morgan-Kaufman.
- R. FAUCHER (1967). *Physique*. Classe de Première Sections C, D et E. Librairie A. Hatier. Paris.
- A.C. GUYTON (1988). *Tratado de fisiología médica*. 6ª edición. Interamericana/McGraw-Hill. Madrid.
- D. MARR (1985). *La visión*. Alianza Psicología ,12. Alianza Editorial, Madrid.