Síntesis por modulación

Luis Rodríguez Ruiz
UCLM

April 24, 2008

Índice

Objetivos

1. Conocer las principales técnicas de síntesis por modulación: RM, AM, FM
2. Describir la implementación de dichas técnicas en Nyquist

Índice

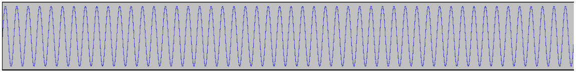
Índice

Definición de modulación

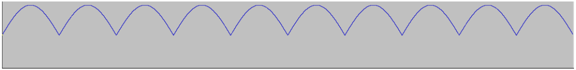
- La modulación hace referencia al fenómeno por el cual, dadas dos señales, se hace que la primera varíe de acuerdo a la segunda, obteniéndose como resultado una nueva señal.
- A la primera señal se le denomina **portadora**
- A la segunda señal se le denomina **moduladora**
- A la señal resultante se le denomina **señal modulada**
- En el caso de la síntesis de audio:
  - La portadora suele ser un tono (audible)
  - La moduladora suele ser una señal de baja frecuencia (no audible)

Ejemplo:

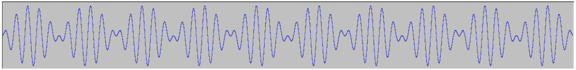
: Señal portadora



: Señal moduladora



: Señal modulada en amplitud



Síntesis por modulación

- La síntesis por modulación permite “enriquecer” el sonido de un oscilador añadiendo armónicos
- Es una ténica muy popular debido al reducido número de parámetros que se utilizan y a su reducida complejidad computacional
- Dentro de las diferentes técnicas de modulación, las más comunes son:
  - Modulación en anillo (*Ring Modulation*, RM)
  - Modulación en amplitud (*Amplitude Modulation*, AM)
  - Modulación en frecuencia (*Frequency Modulation*, FM)

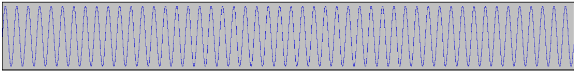
Índice

Síntesis RM

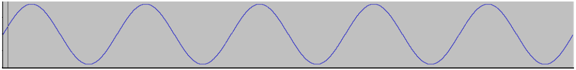
- La modulación en anillo es un caso particular de la modulación en amplitud.
- La portadora es una señal periódica de alta frecuencia (tono)
- La moduladora es una señal periódica bipolar de frecuencia entre 20Hz-20Khz (frecuencias audibles)
- La modulación consiste en multiplicar la portadora y la moduladora para obtener la nueva señal

Ejemplo:

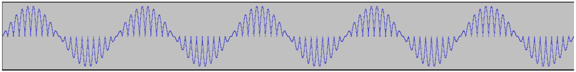
: Señal portadora



: Señal moduladora



: Señal modulada en anillo



Formulación matemática

Dadas dos funciones senoidales c (portadora) y m (moduladora) (Por simplicidad vamos a suponer que la fase de ambas es 0):

$$\begin{aligned} c &= A_c \cdot cos(2\pi f_c t) \\ m &= A_m \cdot cos(2\pi f_m t) \end{aligned}$$

El producto de estas dos señales viene dado por:

$$c \times m = (A_c \cdot A_m) \cdot cos(2\pi f_c t) \cdot cos(2\pi f_m t)$$

Formulación matemática II

Como:

$$cos(A) \cdot cos(B) = \frac{cos(A-B) + cos(A+B)}{2} \tag{1}$$

Tenemos:

$$\begin{aligned} c \times m &= \frac{A_c \cdot A_m}{2} cos((2\pi f_c + 2\pi f_m)t) + \\ &+ \frac{A_c \cdot A_m}{2} cos((2\pi f_c - 2\pi f_m)t) \end{aligned} \tag{2}$$

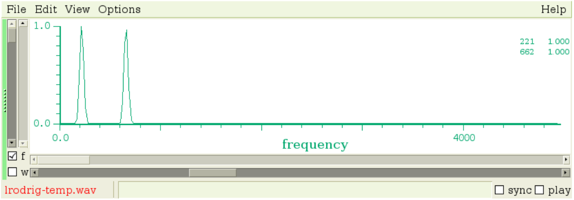
Explicación

- Al modular (multiplicar) las dos señales, hemos obtenido una señal compuesta por dos señales sinusoidales de idéntica amplitud y frecuencias iguales a la suma y la resta de las frecuencias de la portadora y moduladora respectivamente
- Como consecuencia, tenemos dos componentes frecuenciales en el espectro. A estas componentes se les denomina **bandas laterales**
- Las frecuencias de las bandas laterales son las únicas componentes espectrales de la señal (la componente de la portadora ha desaparecido)

Ejemplo

```
(defun modulacion-anillo (pitch)
 (let (portadora moduladora)
      (setf portadora (osc pitch))
      (setf moduladora (hzosc (/ (step-to-hz pitch) 2)))
      (mult portadora moduladora)))

(play (modulacion-anillo a4))
```



Ejemplo RM

Ejemplo con envolvente

```
(defun modulacion-anillo (pitch)
 (let (portadora moduladora envolvente)
      (setf portadora (osc pitch))
      (setf envolvente (pwl 0.2 0.3 0.7 0.1 1.0))
      (setf moduladora (hzosc (mult (step-to-hz pitch) envolvente)
      (mult envolvente (mult portadora moduladora))))

(play (seq
        (sim (modulacion-anillo c4)  (modulacion-anillo e4))
        (sim (modulacion-anillo ef4) (modulacion-anillo af4))
        (sim (modulacion-anillo cs4) (modulacion-anillo g4))
        (sim (modulacion-anillo bf3) (modulacion-anillo cs4))))
```

Ejemplo RM

Índice

Síntesis AM

- La modulación en amplitud consiste en modificar la amplitud de la portadora en función de la moduladora
- La portadora es una señal periódica de alta frecuencia (tono)
- La moduladora es una señal periódica de frecuencia entre 20Hz-20Khz (frecuencias audibles)
- La modulación consiste en multiplicar la portadora y la moduladora para obtener la nueva señal
- La diferencia con la modulación en anillo es que la moduladora es una señal unipolar (está desplazada hacia arriba un factor o_m)

Formulación matemática

Dadas dos funciones senoidales c (portadora) y m (moduladora) (Por simplicidad vamos a suponer que la fase de ambas es 0):

$$\begin{aligned} c &= A_c \cdot cos(2\pi f_c t) \\ m &= A_m \cdot cos(2\pi f_m t) + o_m \end{aligned} \tag{3}$$

Tomar $o_m = A_m$ garantiza obtener una señal unipolar. El producto de estas dos señales viene dado por:

$$c \times m = (A_c \cdot A_m) \cdot cos(2\pi f_c t) \cdot cos(2\pi f_m t) + A_m \cdot A_c cos(2\pi f_c t)$$

Formulación matemática II

Nuevamente, aplicamos:

$$cos(A) \cdot cos(B) = \frac{cos(A-B) + cos(A+B)}{2}$$

Para llegar a:

$$\begin{aligned} c \times m &= \frac{A_c \cdot A_m}{2} cos((2\pi f_c + 2\pi f_m)t) + \frac{A_c \cdot A_m}{2} cos((2\pi f_c - 2\pi f_m)t) \\ &+ A_m \cdot A_c cos(2\pi f_c t) \end{aligned}$$

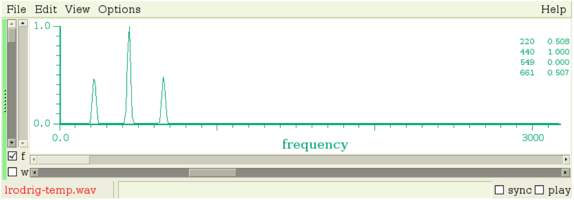
Explicación

- Al modular (multiplicar) las dos señales, hemos obtenido una señal compuesta por tres señales sinusoidales, dos de ellas con frecuencias iguales a la suma y la resta de las frecuencias de la portadora y moduladora y una de ellas con frecuencia similar a la portadora
- Como consecuencia, tenemos tres componentes frecuenciales en el espectro. La componente original de la portadora y las dos bandas laterales.

Ejemplo

```
(defun modulacion-am (pitch)
 (let (portadora moduladora)
      (setf portadora (osc pitch))
      (setf moduladora (sum 1.0 (hzosc (/ (step-to-hz pitch) 2))))
      (mult portadora moduladora)))

(play (modulacion-am a4))
```



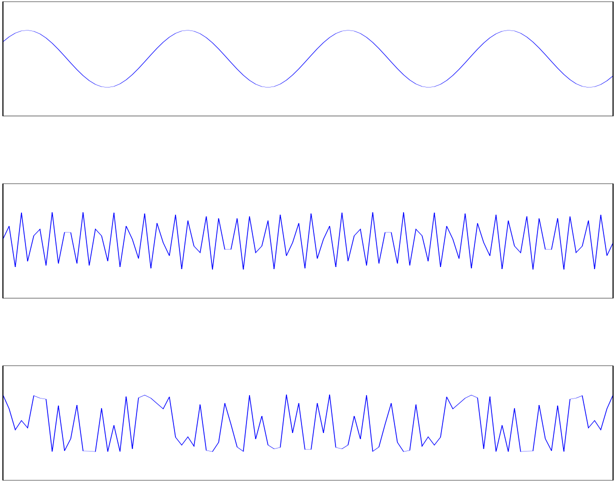
Ejemplo RM

Índice

Introducción a la síntesis FM

- Dentro de las técnicas de síntesis por modulación la más potente y flexible es la síntesis FM
- Está basada en variar la frecuencia de una señal (portadora) de acuerdo a otra señal (moduladora)

Introducción a la síntesis FM



Antecedentes. Vibrato

- El vibrato consiste en introducir en una señal pequeñas variaciones periódicas de sus frecuencia
- El vibrato puede generarse variando la frecuencia de una onda senoidal de manera periódica (por ejemplo mediante otra onda senoidal)

$$s = Asen(2\pi f + A_v sen(2\pi f_v))$$

donde: A_v es la amplitud del vibrato (magnitud de la variación de la frecuencia) y f_v es la frecuencia del vibrato

Vibrato. Ejemplo

```
(defun vibrato(nota amplitud frecuencia)
  (hzosc (sum nota (scale amplitud (hzosc frecuencia)))))

(play (stretch 2(vibrato 440 20 5)))
```

Vibrato

Orígenes de la FM

- La síntesis FM fue descubierta por John Chowning en la universidad de Stanford a finales de los años 60
- Chowning se encontraba experimentando con las técnicas de vibrato
- Descubrió que cuando la frecuencia de vibrato se aumentaba hasta alcanzar la banda de señales audibles el vibrato se convertía en un cambio de timbre (aparecían nuevas componentes espectrales)
- Yamaha patentó la implementación hardware de la FM. Más tarde, lanzó al mercado el sintetizador DX-7 en los 80.

FM

Descripción formal de la sintesis FM

- Sean A_m,A_p,f_m,f_p las amplitudes y frecuencias de la moduladora y de la portadora.
- Una señal fm viene definida por:

$$fm = A_p sen(2\pi f_p + A_m sen(2\pi f_m)) \tag{4}$$

Índice C:M e índice de modulación

- Se define el **índice P:M** (o índice C:M) como: $\beta = \frac{f_p}{f_m}$
- Se define el **índice de modulación** como la desviación máxima D de frecuencia sobre la portadora, aunque en *computer music* se suele denominar índice de modulación al cociente entre esta desviación y la frecuencia de la moduladora :$I = \frac{D}{f_m}$

Espectro generado por una señal FM

- Al igual que en el caso de la modulación AM, al modular una señal mediante FM se genera en el espectro una serie de bandas laterales
- La diferencia es que mientras en la sintesis AM se generan dos bandas laterales, en FM se produce una serie de bandas laterales dadas por:

$$fm_s = f_p \pm n \cdot f_m$$

- Ejemplo: Si $f_p = 800\ Hz$ y $f_m = 200\ Hz$, se generarían las siguientes bandas: . . . , 400 Hz, 600 Hz, 800 Hz, 1000 Hz, 1200 Hz, . . .
- El ancho de banda de una señal FM viene dado por:

$$FM\ BW \approx 2 \times (D + f_m)$$

Espectro generado por una señal FM II

- La amplitud de cada banda lateral varía de acuerdo a un tipo de funciones matemáticas conocidas como funciones *Bessel* tipo I y order n, $J_n(I)$
- El argumento de la función es el índice de modulación.
- A partir de aquí se puede reescribir la función de una señal fm, incorporando estas funciones como:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(I) \cdot sen(2\pi[f_p \pm \{n \cdot f_m\}])t \tag{5}$$

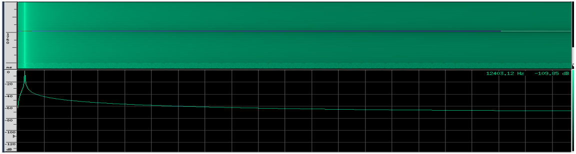
Funciones Bessel de tipo I

- Una función Bessel de tipo I y orden n (siendo n entero) viene definida por:

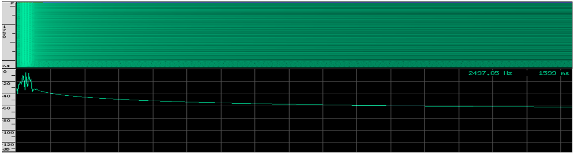
$$J_n(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m!\,\Gamma\,(m+n+1)} \left(\frac{x}{2}\right)^{2m+n} \tag{6}$$

- Siendo la función gamma (*Gamma*) una extensión de la función factorial para valores no enteros
- Expresar la FM mediante las funciones Bessel permite calcular de forma sencilla la amplitud de los parciales que conforman el espectro de la señal

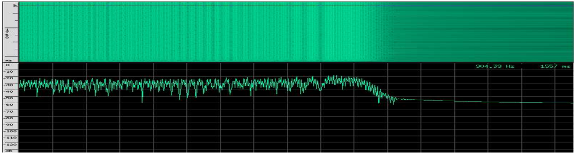
Ejemplos: Efecto del índice de modulación



I=1



I=100



I=10000

Frecuencia fundamental de una señal fm

En FM, la frecuencia fundamental se obtiene a partir de la siguiente relación:

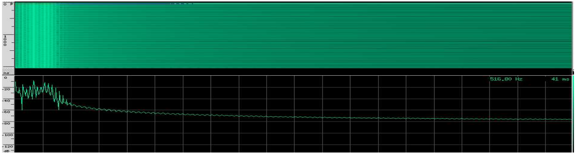
$$\frac{f_c}{f_m} = \frac{N_1}{N_2} \tag{7}$$

donde N_1 y N_2 son enteros sin factores comunes.
La frecuencia fundamental viene dada por:

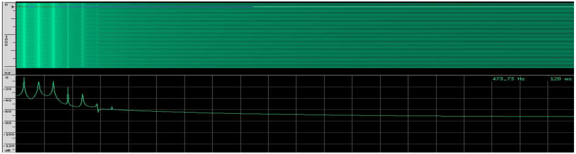
$$f_0 = \frac{f_c}{N_1} = \frac{f_m}{N_2} \tag{8}$$

Ejemplo. Si f_c=220 y f_m=110, tenemos que $\frac{220}{110} = \frac{2}{1} = \frac{N1}{N2}$ y por tanto $f_0 = \frac{220}{1} = \frac{110}{1} = 110$

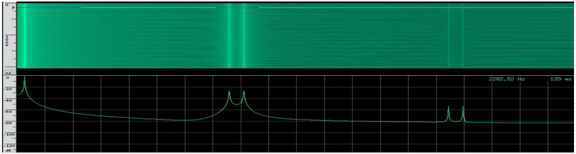
Ejemplos: Efecto del índice de C:M



C:M=2:1



C:M=1:2



C:M=1:30

Índice C:M

- Algunas relaciones C:M generan espectros armónicos, mientras que otras generan espectros inarmónicos.
  - 1:1 1:2 1:3 1:4 1:5 1:6 1:7 1:8 1:9 (armónicos)
  - 2:9 2:7 3:8 2:5 2:7 4:9 (inarmónicos)
- una relación C:M se dice que está en forma normal (f.n.) cuando la portadora es la fundamental del espectro que produce. Para que una relación C:M esté en forma normal, M debe ser mayor o igual del doble de C o bien ser la relación 1:1

FM en Nyquist

- La síntesis FM básica puede implementarse en *Nyquist* "a mano" simplemente codificando la ecuación 4

```
(defun fm-gen(A fp I fm)
 (scale A (hzosc (sum fp (scale I (hzosc fm))))))
; ejemplo
(play (fm-gen 2 800 100 2000))
```

FM en Nyquist

- No obstante, *Nyquist* proporciona la función *fmosc* que implementa una señal fm:

```
(fmosc pitch moduladora)
```

- *pitch*: Frecuencia de la portadora
- moduladora: Señal moduladora
- Ejemplo:

```
(play (scale 2 (fmosc (Hz-to-step 800) (scale 100 (hzosc 2000)))))
```

Envolventes y fm

- Para conseguir un sonido más real puede aplicarse una envolvente al índice de modulación.
- Ejemplo:

```
(defun fminstrument1 (note duration modindex cmratio)
  (setf envolventet (pwl 0.1 0.8 0.3 0.6 0.6 0.2 2))
  (stretch duration (mult envolventet (fmosc note (mult modindex (
 (defun fminstrument2 (note duration modindex cmratio)
   (setf envolventet (pwl 0.1 0.8 0.3 0.6 0.6 0.2 2))
    (setf envolventef (scale modindex envolventet))
   (stretch duration (mult envolventet  (fmosc note (mult envolven
(play (seq (fminstrument1 c4 2 1200 4)(fminstrument2 c4 2 1200 4)
(fminstrument2 c4 2 1200 4)(fminstrument2 d4 2 1200 4) (fminstrume
```

Audio

Envolventes y fm II

- También se puede aplicar envolventes de frecuencia al índice C:M, para que la posición del los parciales no sea estática.
- Ejemplo:

```
(defun fminstrument6 (note duration modindex cmratio)
  (setf envolventet (pwl 0.1 0.8 0.3 0.6 0.6 0.2 2))
  (setf envolventei (scale modindex (hzosc 1)))
  (setf envolventef (pwl 0.1 1.01 0.2 0.99 0.3 1.01 0.4 0.99 0.5
  (stretch duration (mult envolventet  (fmosc note (mult envolver
```

Audio

FM con múltiple portadora

- La síntesis FM descrita hasta ahora presenta algunos inconvenientes a la hora de generar sonidos más o menos complejos
  - Los parciales generados siguen una distribución muy simple (son equidistantes unos de otros en el espectro)
  - En la FM "tradicional" no se puede controlar la evolución de los parciales por separado
- Una forma de generar sonidos más "flexibles" en FM consiste en utilizar múltimples portadoras moduladas por una misma señal moduladora

FM con múltiple portadora

- La síntesis FM con múltiple portadora viene dada por la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} s = \quad & A_1 \cdot sen(2\pi f_{p1} + [I_1 \cdot sen(2\pi f_m t)]) \dots \\ & \dots + A_n \cdot sen(2\pi f_{pn} + [I_n \cdot sen(2\pi f_m t)]) \end{aligned} \tag{9}$$

donde:

A_i Es la amplitud de la portadora $i4$

$f_p i$ es la frecuencia de la portadora i

f_m es la frecuencia de la moduladora

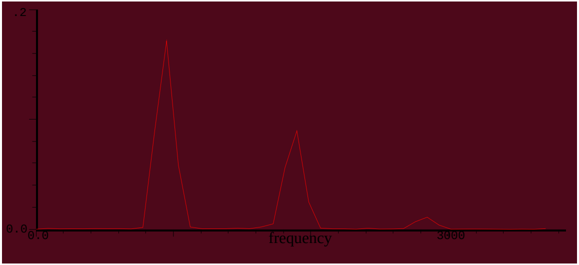
I_i es el índice de modulación para la portadora i

FM con múltiple portadora II

- El hecho de utilizar múltiples portadoras permite controlar el espectro de un modo más preciso
- Pueden utilizarse envolventes de amplitud e índice de modulación diferentes para cada portadora para conseguir un sonido más natural
- El emplear modulación con múltiples portadoras permite generar formantes

FM con múltiple portadora. Formantes

- Los formantes describen ciertas regiones del espectro donde la amplitud de las componentes espectrales es considerable
- Los formantes son típicos de muchos instumentos acústicos. En la voz humana, una vocal puede caracterizarse por los formantes que posee

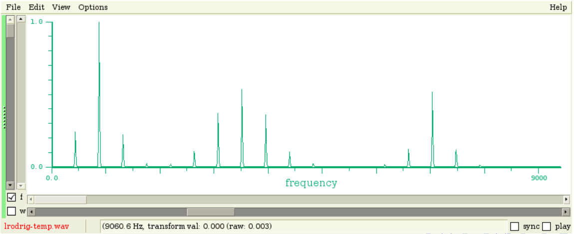


Ejemplo

Ejemplo de FM con múltiple portadora con frecuencias 880,3520 y 7040 Hz. La frecuencia de la moduladora es de 440 Hz.

```
(defun mc-fm(fp1 a1 im1 fp2 a2 im2 fp3 a3 im3 fm)
 (sum  (mult a1 (hzosc (sum fp1 (mult im1 (hzosc fm)))))
       (mult a2 (hzosc (sum fp2 (mult im2 (hzosc fm)))))
       (mult a3 (hzosc (sum fp3 (mult im3 (hzosc fm)))))))


(play (mc-fm 880 1 200 3520 0.7 500 7040 0.5 200 440))
```



Ejemplo. Síntesis de vocales

FM con múltiple moduladora

- Al igual que pueden emplearse varias portadoras, también es posible aumentar el número de señales moduladoras.
- Por ejemplo, una misma portadora puede ser modulada por una sucesión de moduladoras.
- En este caso se distinguen entre:
  - Modulación en paralelo
  - Modulación en serie

FM con múltiples moduladoras en paralelo

Ejemplo. Sean A_c y f_c la amplitud y la frecuencia de la portadora. Sean A_{m1}, A_{m2}, f_{m1} y f_{m2} las amplitudes y frecuencias de dos moduladoras, y sean I_1 e I_2 los índices de modulación.
La ecuación de una señal FM con doble moduladora en paralelo viene dada por:

$$FM-DM = A \cdot sin\{2\pi f_c + [I_1 \cdot sin(2\pi f_{m1} t)] + [I_2 \cdot sin(2\pi f_{m2} t)]\} \quad (10)$$

FM con múltiples moduladoras en serie

Ejemplo. Sean A_c y f_c la amplitud y la frecuencia de la portadora. Sean A_{m1}, A_{m2}, f_{m1} y f_{m2} las amplitudes y frecuencias de dos moduladoras, y sean I_1 e I_2 los índices de modulación.
La ecuación de una señal FM con doble moduladora en serie viene dada por:

$$FM - DM = A \cdot sin\{2\pi f_c + [I_1 \cdot sin(2\pi f_{m1} + [I_2 \cdot sin(2\pi f_{m2} t)])]\} \quad (11)$$

Ejemplo. Señal FM con vibrato